第 14 講　空間ベクトル

PART1　空間の座標

例題

(1)　点 P(1, 2, 3) に対して，次の点の座標を求めよ。

(i)　xy 平面に関して対称な点 A　　(ii)　yz 平面に関して対称な点 B

(iii)　zx 平面に関して対称な点 C　　(iv)　x 軸に関して対称な点 D

(v)　y 軸に関して対称な点 E　　(vi)　z 軸に関して対称な点 F

(vii)　点 (0, −1, 5) に関して対称な点 G

(2)　2 点 A(1, 1, 0), B(3, −2, 4) の間の距離を求めよ。

Point Pickup

練習

⑴　点 $\mathrm{P}(-2,\ 1,\ -1)$ に対して，次の点の座標を求めよ。

(i)　xy 平面に関して対称な点 A　　(ii)　z 軸に関して対称な点 B

(iii)　点 $(-1,\ 1,\ 0)$ に関して対称な点 C

⑵　2 点 $\mathrm{A}(3,\ 2,\ 1)$，$\mathrm{B}(1,\ 4,\ -1)$ の間の距離を求めよ。

第14講　PART1 確認問題

1　点 P(2, 3, 1) と xy 平面に関して対称な点 A の座標は
(ア , イ , ウエ) である。

2　点 P(2, 3, 1) と x 軸に関して対称な点 B の座標は
(オ , カキ , クケ) である。

3　点 P(2, 3, 1) と点 (0, 1, 2) に関して対称な点 C の座標
は (コサ , シス , セ) である。

4　2 点 A(1, 3, 2), B(0, −1, 4) の間の距離は $\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}$
である。

第 14 講　空間ベクトル

PART1　空間の座標

例題

(1)　点 P(1, 2, 3) に対して，次の点の座標を求めよ。

(i)　xy 平面に関して対称な点 A　(ii)　yz 平面に関して対称な点 B

(iii)　zx 平面に関して対称な点 C　(iv)　x 軸に関して対称な点 D

(v)　y 軸に関して対称な点 E　(vi)　z 軸に関して対称な点 F

(vii)　点 (0, −1, 5) に関して対称な点 G

(2)　2 点 A(1, 1, 0)，B(3, −2, 4) の間の距離を求めよ。

(1) (i)　(1, 2, −3)　(ii)　(−1, 2, 3)　(iii)　(1, −2, 3)

(iv)　(1, −2, −3)　(v)　(−1, 2, −3)　(vi)　(−1, −2, 3)

(vii)　G(x, y, z) とすると

$\dfrac{1+x}{2}=0$，$\dfrac{2+y}{2}=-1$，$\dfrac{3+z}{2}=5$　より　$x=-1$，$y=-4$，$z=7$

したがって　G(−1, −4, 7)

(2)　$\mathrm{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(-2-1)^2+(4-0)^2}=\sqrt{29}$

練習

(1)　点 $\mathrm{P}(-2,\ 1,\ -1)$ に対して，次の点の座標を求めよ。

(i)　xy 平面に関して対称な点A　　(ii)　z 軸に関して対称な点B

(iii)　点 $(-1,\ 1,\ 0)$ に関して対称な点C

(2)　2点 $\mathrm{A}(3,\ 2,\ 1)$，$\mathrm{B}(1,\ 4,\ -1)$ の間の距離を求めよ。

(1) (i)　$(-2,\ 1,\ 1)$　　(ii)　$(2,\ -1,\ -1)$

(iii)　$\mathrm{C}(x,\ y,\ z)$ とすると

$$\frac{-2+x}{2}=-1\quad \frac{1+y}{2}=1\quad \frac{-1+z}{2}=0 \quad \text{より}\quad x=0,\ y=1,\ z=1$$

したがって　$\mathrm{C}(0,\ 1,\ 1)$

(2)　$\mathrm{AB}=\sqrt{(1-3)^2+(4-2)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

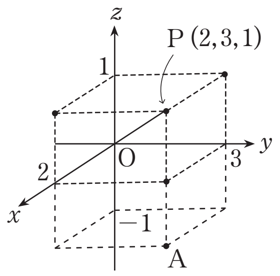
第14講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：3，ウエ：-1

[解説]

点 A は次の図の位置にある。



よって，点 A の座標は，**(2，3，−1)** [A]

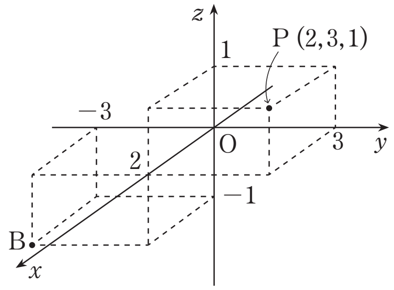
> [A]　$\mathrm{P}(a,\ b,\ c)$ と座標平面に関して対称な点の座標
> xy 平面：$(a,\ b,\ -c)$
> yz 平面：$(-a,\ b,\ c)$
> zx 平面：$(a,\ -b,\ c)$

2

[正解] オ：2，カキ：-3，クケ：-1

[解説]

点 B は次の図の位置にある。



よって，点 B の座標は，**(2，−3，−1)** [B]

> [B]　$\mathrm{P}(a,\ b,\ c)$ と座標軸に関して対称な点の座標
> x 軸：$(a,\ -b,\ -c)$
> y 軸：$(-a,\ b,\ -c)$
> z 軸：$(-a,\ -b,\ c)$

3

[正解] コサ：-2，シス：-1，セ：3

[解説]

点 P と点 $(0,\ 1,\ 2)$ に関して対称な点が C であるから，線分 PC の中点が点 $(0,\ 1,\ 2)$ となる。

点 C の座標を $(x,\ y,\ z)$ とすると，

$$\frac{2+x}{2}=0,\quad \frac{3+y}{2}=1,\quad \frac{1+z}{2}=2$$ [C]

$$x=-2,\quad y=-1,\quad z=3$$

よって，点 C の座標は，$\boldsymbol{(-2,\ -1,\ 3)}$

[C]　2 点 $(a_1,\ b_1,\ c_1)$，$(a_2,\ b_2,\ c_2)$ を結ぶ線分の中点の座標は，

$$\left(\frac{a_1+a_2}{2},\ \frac{b_1+b_2}{2},\ \frac{c_1+c_2}{2}\right)$$

4

[正解] ソタ：21

[解説]

$$\mathrm{AB}=\sqrt{(0-1)^2+(-1-3)^2+(4-2)^2}$$ [D]

$$=\sqrt{1+16+4}=\boldsymbol{\sqrt{21}}$$

[D]

2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1,\ z_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2,\ z_2)$ 間の距離は，

$$\mathrm{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$